



Hochschule
Zittau/Görlitz
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Formelsammlung

Technische Thermodynamik

Wärmeübertragung

Fakultät Maschinenwesen

EIPOS

Prof. Dr.-Ing. habil. H.-J. Kretzschmar

Formelsammlung

Technische Thermodynamik

Wärmeübertragung

	Seite
Internationales Einheitensystem "SI"	2
Interpolation von Tabellenwerten	3
Größen	5
Thermische Zustandsgrößen	7
Energetische Zustandsgrößen	9
Massebilanz	13
Energiebilanz – I. Hauptsatz der Thermodynamik	14
Ideale Gasgemische	16

Internationales Einheitensystem "SI"

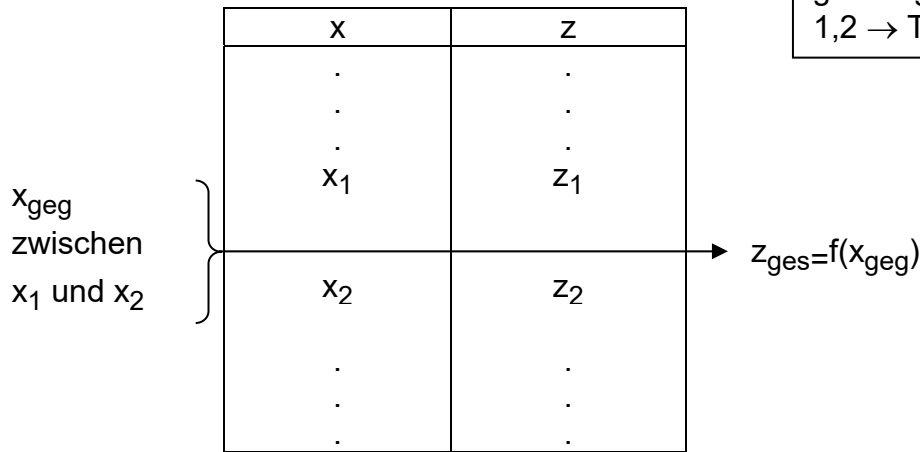
Größe	SI-Einheit	empfohlene Einheit
Länge z	1 m	1 m
Zeit t	1 s	1 s
Masse m	1 kg	1 kg
Stoffmenge (Molmenge) n	1 mol	1 kmol = 1000 mol
Thermodynamische Temperatur T	1 K	1 K
Kraft F	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$	1 kN = 1000 N
Druck p	$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $1 \text{ bar}^* = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ bar}^* = 100 \text{ kPa} = 0,1 \text{ MPa}$ $1 \text{ bar}^* \approx 0,986923 \text{ atm}$ $1 \text{ Pa} \approx 0,0075 \text{ Torr}$ $1 \text{ Pa} \approx 0,0075 \text{ mmHg}$ $1 \text{ Pa} \approx 0,10197 \text{ mmWS}$	$1 \text{ kPa} = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ $1 \text{ kPa} = 0,01 \text{ bar}^*$
Enthalpie H Innere Energie U Exergie E Wärme Q Arbeit W	$1 \text{ J} = 1 \text{ N m} = 1 \text{ W s}$	1 kJ = 1 kN m = 1 kW s
Spezifische Enthalpie h Spezifische innere Energie u Spezifische Exergie e Spezifische Wärme q Spezifische Arbeit w	$1 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{N m}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 1000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$
Enthalpiestrom \dot{H} Exergiestrom \dot{E} Wärmestrom \dot{Q} Arbeitsleistung P	$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{N m}}{\text{s}}$	$1 \text{ kW} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kN m}}{\text{s}}$
Spezif. Wärmekapazitäten c_p, c_v Spezifische Entropie s Spezifische Gaskonstante R	$1 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} = 1 \frac{\text{N m}}{\text{kg K}}$	$1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} = 1 \frac{\text{kN m}}{\text{kg K}}$
Entropiestrom \dot{S} Wärmekapazitätsstrom \dot{C}	$1 \frac{\text{W}}{\text{K}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s K}} = 1 \frac{\text{N m}}{\text{s K}}$	$1 \frac{\text{kW}}{\text{K}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{s K}} = 1 \frac{\text{kN m}}{\text{s K}}$

* "bar" – in der Technik oft verwendete Einheit für Druckangaben

Lineare Interpolation von Tabellenwerten

Eindimensionale Interpolation $z = f(x)$

Tabelle mit x- und z-Werten

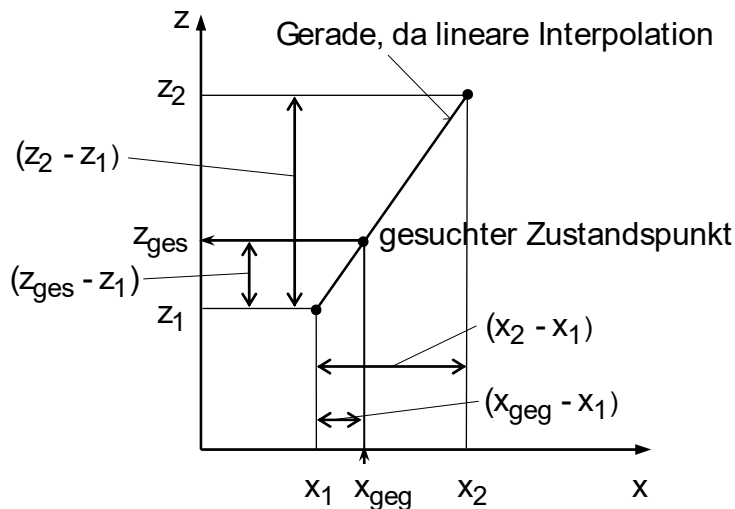


Indizes
geg → gegeben
ges → gesucht
1,2 → Tabellenwerte

Interpolationsformel

$$z_{\text{ges}} = z_1 + \frac{(x_{\text{geg}} - x_1)}{(x_2 - x_1)} \cdot (z_2 - z_1)$$

Veranschaulichung mit Strahlensatz



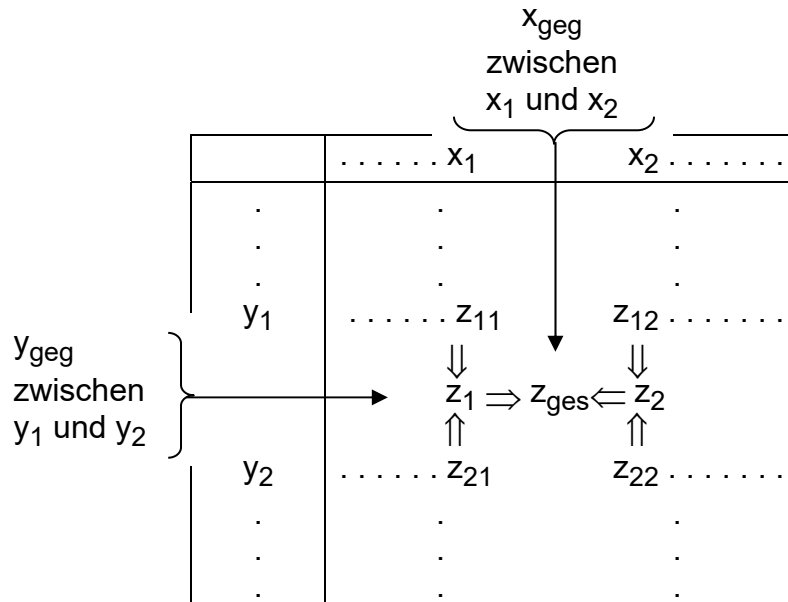
Verhältnissgleichung

$$\frac{(x_{\text{geg}} - x_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(z_{\text{ges}} - z_1)}{(z_2 - z_1)}$$

Zweidimensionale Interpolation $z = f(x,y)$

Indizes
geg → gegeben ges → gesucht 1,2 → Tabellenwerte

Tabelle mit z-Werten im x,y-Raster



Interpolationsformeln

$x_1 = \text{const} :$	$z_1 = z_{11} + \frac{(y_{\text{geg}} - y_1)}{(y_2 - y_1)} \cdot (z_{21} - z_{11})$
$x_2 = \text{const} :$	$z_2 = z_{12} + \frac{(y_{\text{geg}} - y_1)}{(y_2 - y_1)} \cdot (z_{22} - z_{12})$
$y_{\text{geg}} = \text{const} :$	$z_{\text{ges}} = z_1 + \frac{(x_{\text{geg}} - x_1)}{(x_2 - x_1)} \cdot (z_2 - z_1)$

Größen

		Umrechnung	Beispiele
spezifische Größe Z: (massebezogen)	$z = \frac{Z}{m}$		v, u, h, s, c _p , q, w
Zeitbezogene Größe Z (Strom):	$\dot{z} = \frac{dZ}{dt}$	$\dot{Z} = \dot{m} \cdot z$	$\dot{m}, \dot{n}, \dot{V}, \dot{H}, \dot{Q}, \dot{W} = P$
Volumenbezogene Größe Z:	$\tilde{z} = \frac{Z}{V}$	$\tilde{z} = \rho \cdot z$	$\rho = \tilde{m}, \tilde{q}$
Molare Größe Z:	$\bar{z} = Z_m = \frac{Z}{n}$	$\bar{Z} = M \cdot z$	$\bar{v}, \bar{h}, \bar{s}, \bar{q}, \bar{w}$
Flächenbezogene Größe Z:	$\hat{z} = \frac{Z}{A}$		\hat{q}
Stromdichte:	$\hat{z} = \frac{\dot{Z}}{A}$		\hat{q}, \hat{m}

Temperatur

		Maßeinheit	Umrechnung
Thermodyn. (KELVIN)-Temp.: T		$[T] = K$	
CELSIUS-Temp.:	ϑ	$\vartheta = ^\circ C$	$\frac{\vartheta}{^\circ C} = \frac{T}{K} - 273,15$
FAHRENHEIT-Temp.:	ϑ_F	$[\vartheta_F] = ^\circ F$	$\frac{\vartheta_F}{^\circ F} = \frac{9}{5} \cdot \frac{T}{K} - 459,67$
RANKINE-Temp.:	ϑ_R	$[\vartheta_R] = ^\circ R$	$\frac{\vartheta_R}{^\circ R} = \frac{9}{5} \cdot \frac{T}{K}$
Temperaturdifferenz:	ΔT	$[\Delta T] = [\Delta \vartheta] = K$	$\Delta T = \Delta \vartheta$

Druck

$$p = \frac{F_n}{A}, \quad [p] = 1 \text{ kPa} = 0,01 \text{ bar}$$

Überdruck: $\Delta p_{\text{üb}} = p - p_u$ p_u - barometrischer Druck der Umgebung

Unterdruck: $\Delta p_{\text{un}} = p_u - p$

Relatives Vakuum: $V_a = \frac{\Delta p_{\text{un}}}{p}$

Statischer Druck einer Flüssigkeitssäule

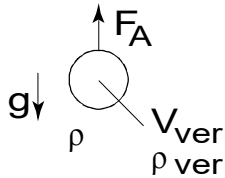
$$\Delta p = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot \Delta z_{\text{FL}}$$

ρ_{Fl} → Dichte der Flüssigkeit

Δz_{Fl} → Höhe der Flüssigkeitssäule

Resultierende Auftriebskraft

$$F_A = g \cdot V_{\text{ver}} \cdot (\rho - \rho_{\text{ver}})$$



V_{ver} → Volumen des verdrängenden Körpers

ρ_{ver} → Dichte des verdrängenden Körpers

ρ → Dichte des Fluids der Umgebung

Normzustand n

$$p_n = 101,325 \text{ kPa} = 1,01325 \text{ bar}$$

$$T_n = 273,15 \text{ K}, \vartheta_n = 0 \text{ °C}$$

$$v_n = \frac{1}{\rho_n} \text{ bei } p_n, T_n \text{ des Fluids}$$

Thermische Zustandsgrößen

Spezifisches Volumen v und Dichte ρ

Dichte: $\rho = \frac{1}{v}$

Reales Fluid

$$\left. \begin{array}{l} v = f(p, T) \\ \rho = f(p, T) \end{array} \right\} \rightarrow \text{technische Formulierung}$$

\nearrow z. B. WDT, Stoffwerte

$p = f(T, v) \rightarrow$ physikalische Formulierung

Realgasfaktor $Z_{\text{real}} = \frac{p \cdot v}{R \cdot T}$

Differenz für Zustandsänderung ① \rightarrow ②

$$v_2 - v_1 = v(p_2, T_2) - v(p_1, T_1)$$

$v(p, T) \nearrow$ z. B. WDT, Stoffwerte

Ideales Gas

Zustandsgleichung des
idealen Gases:

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$p \cdot \bar{v} = \bar{R} \cdot T$$

$$p \cdot \bar{v} = M \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V = n \cdot \bar{R} \cdot T$$

Spezifisches Volumen:

$$v^{\text{ig}} = \frac{R \cdot T}{p}$$

Dichte:

$$\rho^{\text{ig}} = \frac{p}{R \cdot T}$$

Spezifische Gaskonstante eines
Stoffes:

$$R = \frac{\bar{R}}{M}, \quad \bar{R} = R_m \nearrow \text{Stoffwerte}$$

$M \rightarrow$ Molare Masse des Stoffes $M = \frac{m}{n}$

$R, M \nearrow$ Stoffwerte

Strömendes ideales Gas: $p \cdot \dot{V} = \dot{m} \cdot R \cdot T$

Differenz für Zustandsänderung ① \rightarrow ②

$$v_2 - v_1 = R \left(\frac{T_2}{p_2} - \frac{T_1}{p_1} \right)$$

Inkompressible (ideale) Flüssigkeiten und Festkörper

$$\boxed{v^{\text{if}} \stackrel{\text{nur}}{=} f(T)} \quad v^{\text{if}}(T) = \frac{1}{\rho^{\text{if}}(T)} \quad \nearrow \text{Stoffwerte}$$

Differenz für Zustandsänderung ① → ②

$$\boxed{v_2 - v_1 = v^{\text{if}}(T_2) - v^{\text{if}}(T_1)}$$

$v^{\text{if}}(T) \nearrow \text{Stoffwerte}$

Näherung

$$\boxed{v^{\text{if}} \stackrel{\text{nur}}{=} v'(T)}$$

$v'(T) \nearrow$ z. B. WDT

Differenz für Zustandsänderung ① → ②

$$\boxed{v_2 - v_1 = v'(T_2) - v'(T_1)}$$

$v'(T) \nearrow \text{Stoffwerte}$

Berechnung mit Isobarem Volumenausdehnungskoeffizienten

$$v^{\text{if}}(T) = v_0 [1 + \alpha_p \cdot (T - T_0)]$$

$\alpha_p \rightarrow$ Isobarer Volumenausdehnungskoeff. ($\alpha_p = \beta$) \nearrow Stoffwerte
(Mittelwert im Temperaturbereich $T_0 \dots T$)

Berechnung mit Längenausdehnungskoeffizienten

für Länge $L \gg$ Querschnitt bei Festkörpern

$$L(T) = L_0 [1 + \alpha_{\text{lin}} \cdot (T - T_0)]$$

$\alpha_{\text{lin}} \rightarrow$ Längenausdehnungskoeffizient
(Mittelwert im Temperaturbereich $T_0 \dots T$)

Energetische Zustandsgrößen

Isobare Wärmekapazität C_p

Isochore Wärmekapazität C_v

$$c_p = \frac{C_p}{m}$$

Definition

$$c_v = \frac{C_v}{m}$$

$$c_p := \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$$

$$c_v := \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$$

Reales Fluid

$$c_p = f(T, p), \quad c_p = f(T, v)$$

↗ z. B. WDT

$$c_v = f(T, p), \quad c_v = f(T, v)$$

Ideales Gas

$$c_p^{ig} = \frac{5}{2} \cdot R$$

Einatomige Gase

$$c_v^{ig} = \frac{3}{2} \cdot R$$

Mehratomige Gase

$$c_p^{ig \text{ nur}} = f(T)$$

↗ Stoffwerte

$$c_p^{ig} = c_v^{ig} + R$$

$$c_v^{ig \text{ nur}} = f(T)$$

Berechnung mit Isentropenexponenten κ

Temperaturunabhängige Festwerte als Näherung		
Einatomige ideale Gase	$\kappa = 1,66\bar{6}$	(exakt)
Zweiatomige ideale Gase	$\kappa = 1,4$	(gute Näherung) z. B. Luft
Dreiatomige ideale Gase	$\kappa = 1,3$	(grobe Näherung)

$$c_p^{ig} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R$$

$$c_p^{ig} = \kappa \cdot c_v^{ig}$$

$$c_v^{ig} = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot R$$

Isobare Wärmekapazität C_p

Isochore Wärmekapazität C_v

Ideale Flüssigkeiten und Festkörper

$$c_p^{if} \stackrel{\text{nur}}{=} f(T)$$

↗ Stoffwerte

Näherung

$$c_p^{if} \cong c_p'(T)$$

↗ z. B. WDT

$$c_v^{if} \stackrel{\text{nur}}{=} f(T)$$

Näherung

$$c_v^{if} \cong c_v'(T)$$

↗ z. B. WDT

Gute Näherung

$$c_v^{if} \approx c_p^{if}$$

Enthalpie H

Innere Energie U

Definition

$$H := U + p \cdot V$$

$U \rightarrow$ Energiegehalt eines Systems

$$h = \frac{H}{m}$$

$$\dot{H} = \dot{m} \cdot h$$

$$u = \frac{U}{m}$$

$$\dot{U} = \dot{m} \cdot u$$

Reales Fluid

$$h = f(p, T)$$

↗ z. B. WDT

$$h = f(T, v)$$

$$u = f(p, T) \quad , \quad u = f(T, v)$$

$$u = h - p \cdot v$$

Differenz für Zustandsänderung ① \rightarrow ②

$$h_2 - h_1 = h(p_2, T_2) - h(p_1, T_1)$$

$h(p, T)$ ↗ z. B. WDT

$$u_2 - u_1 = [h(p_2, T_2) - h(p_1, T_1)] - [p_2 \cdot v(p_2, T_2) - p_1 \cdot v(p_1, T_1)]$$

$v, h(p, T)$ ↗ z. B. WDT

Enthalpie H

Innere Energie U

Ideales Gas

$$h^{ig} = f(T)$$

$$u^{ig} = f(T)$$

$$u^{ig} = h^{ig} - R \cdot T \quad h^{ig}(T) \nearrow \text{Stoffwerte}$$

$$h^{ig} = h_0^{ig} + \int_{T_0}^T c_p^{ig}(T) dT$$

$$u^{ig} = u_0^{ig} + \int_{T_0}^T c_v^{ig}(T) dT$$

$$h^{ig} = f(T) \nearrow \text{Stoffwerte, berechnet für } T_0 = 273,15 \text{ K und } h_0^{ig} = 0,$$

Ausnahme Wasserdampf: $h_0^{ig} = 2500,93 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Differenz für Zustandsänderung ① → ②

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p^{ig}(T) \cdot dT$$

$$u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v^{ig}(T) \cdot dT$$

$$h_2 - h_1 = h^{ig}(T_2) - h^{ig}(T_1)$$

$$u_2 - u_1 = h^{ig}(T_2) - h^{ig}(T_1) - R \cdot (T_2 - T_1)$$

$h^{ig}(T) \nearrow \text{Stoffwerte}$

$h^{ig}(T) \nearrow \text{Stoffwerte}$

mit Mittelwerten c_{pm}^{ig} bzw. $c_{vm}^{ig} = \text{const}$

$$h^{ig} = h_0^{ig} + c_p^{ig} \Big|_{T_0}^T (T - T_0)$$

$$u^{ig} = u_0^{ig} + c_v^{ig} \Big|_{T_0}^T (T - T_0)$$

Mittelwert $c_p^{ig} \Big|_{T_0}^T$ bzw. $c_v^{ig} \Big|_{T_0}^T$ zwischen T_0 und T

$$c_p^{ig} \Big|_{T_0}^T = \frac{1}{T - T_0} \cdot \int_{T_0}^T c_p^{ig}(T) \cdot dT$$

$$c_v^{ig} \Big|_{T_0}^T = c_p^{ig} \Big|_{T_0}^T - R$$

$\nearrow \text{Stoffwerte}$

Differenz für Zustandsänderung ① → ②

$$h_2 - h_1 = c_{pm}^{ig} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$u_2 - u_1 = c_{vm}^{ig} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$c_{pm}^{ig} = c_{pm}^{ig} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c_p^{ig} \Big|_{T_0}^{T_2} \cdot (T_2 - T_0) - c_p^{ig} \Big|_{T_0}^{T_1} \cdot (T_1 - T_0)}{(T_2 - T_1)}$$

Näherung für kleine Differenz ($T_2 - T_1$):

$$c_{vm}^{ig} = c_{pm}^{ig} - R$$

$$c_{pm}^{ig} = c_{pm}^{ig} \Big|_{T_1}^{T_2} \approx \frac{1}{2} \cdot [c_p^{ig}(T_1) + c_p^{ig}(T_2)]$$

$$c_p^{ig} \Big|_{T_0}^T, c_p^{ig}(T) \nearrow \text{Stoffwerte}$$

Enthalpie H

Innere Energie U

Ideale Flüssigkeiten und Festkörper

$$h^{if} = f(T)$$

$$h^{if} = h_o^{if} + \int_{T_o}^T c_p^{if}(T) dT$$

$$h^{if} = f(T) \nearrow \text{Stoffwerte,}$$

für Wasser berechnet für $T_o = 273,15 \text{ K}$ und $h_o^{if} = 0$,

Differenz für Zustandsänderung ① → ②

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p^{if}(T) dT$$

$$h_2 - h_1 = h^{if}(T_2) - h^{if}(T_1)$$

$h^{if}(T) \nearrow$ Stoffwerte

$$u^{if} = u_o^{if} + \int_{T_o}^T c_v^{if}(T) dT$$

$$u^{if} = h^{if}(T) - p \cdot v^{if}(T)$$

$h^{if}(T), v^{if}(T) \nearrow$ Stoffwerte

$$u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v^{if}(T) dT$$

$$u_2 - u_1 = h^{if}(T_2) - h^{if}(T_1) - (p_2 \cdot v^{if}(T_2) - p_1 \cdot v^{if}(T_1))$$

$h^{if}(T), v^{if}(T) \nearrow$ Stoffwerte

mit Mittelwerten $c_{pm}^{if} = \text{const}$

$$h^{if} = h_o^{if} + c_p^{if} \Big|_{T_o}^T (T - T_o)$$

Mittelwert $c_p^{if} \Big|_{T_o}^T$ zwischen T_o und T

$$c_p^{if} \Big|_{T_o}^T = \frac{1}{T - T_o} \cdot \int_{T_o}^T c_p^{if}(T) dT$$

\nearrow Stoffwerte

Differenz für Zustandsänderung ① → ②

$$h_2 - h_1 = c_{pm}^{if} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$u_2 - u_1 = c_{vm}^{if} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$c_{pm}^{if} = c_{pm}^{if} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{c_p^{if} \Big|_{T_o}^{T_2} \cdot (T_2 - T_o) - c_p^{if} \Big|_{T_o}^{T_1} \cdot (T_1 - T_o)}{(T_2 - T_1)}$$

Näherung für kleine Differenz ($T_2 - T_1$):

$$c_{pm}^{if} = c_{pm}^{if} \Big|_{T_1}^{T_2} \approx \frac{1}{2} \cdot [c_p^{if}(T_1) + c_p^{if}(T_2)] \quad c_p^{if} \Big|_{T_o}^T, c_p^{if}(T) \nearrow \text{Stoffwerte}$$

Grobe Näherung:

$$c_{vm}^{if} \approx c_{pm}^{if}$$

Näherungen für $T < 0,8 \cdot T_c \nearrow$ Stoffwerte

$$h^{if} = h'(T)$$

$h' \nearrow$ z. B. WDT

$$u^{if} = h'(T) - p \cdot v'(T)$$

$v', h' \nearrow$ z. B. WDT

Differenz für Zustandsänderung ① → ②

$$h_2 - h_1 = h'(T_2) - h'(T_1)$$

$h'(T) \nearrow$ z. B. WDT

$$u_2 - u_1 = h'(T_2) - h'(T_1) - [p_2 \cdot v'(T_2) - p_1 \cdot v'(T_1)]$$

$v', h'(T) \nearrow$ z. B. WDT

Massebilanz

Instationär:
$$\sum \dot{m}_{zu} - \sum \dot{m}_{ab} = \frac{dm}{dt}$$

Sonderfall: $\dot{m}_{zu}, \dot{m}_{ab} = \text{const}$ im Zeitraum Δt

$$\boxed{(\sum \dot{m}_{zu} - \sum \dot{m}_{ab}) \cdot \Delta t = m_2 - m_1}$$

mit $\Delta t = t_2 - t_1$

Stationär:
$$\sum \dot{m}_{zu} = \sum \dot{m}_{ab} \quad (m = \text{const im System})$$

Massestrom:
$$\boxed{\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}} \quad , \quad \rho = \frac{1}{v}$$

Volumenstrom:
$$\boxed{\dot{V} = c \cdot A_q}$$

$A_q \rightarrow$ durchströmte Querschnittsfläche
 $c \rightarrow$ mittlere Strömungsgeschwindigkeit über Querschnittsfläche

Einfache Mischung von Massen:
$$\sum m_{zu} - \sum m_{ab} = m_2 - m_1$$

Energiebilanz – I. Hauptsatz der Thermodynamik

Energiebilanz bei ruhenden geschlossenen Systemen

Instationäre Energiebilanz: $\dot{Q} + \dot{W} = \frac{dU}{dt}$ mit: $\dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt}$, $\dot{W} \equiv P = \frac{\delta W}{dt}$

Differentielle Form

$$\delta Q + \delta W_V + \delta W_{diss} = dU \quad \text{mit} \quad \delta W_V = -p \cdot dV + \delta W_r$$

Allgemeine Zustandsänderung von Zeitpunkt ① bis ②

Form mit innerer Energie

$$Q_{12} + W_{V12} + W_{diss12} = U_2 - U_1$$

Form mit Enthalpie bei $p = \text{const}$

$$Q_{12} + W_{r12} + W_{diss12} = H_2 - H_1$$

Dissipierte Arbeiten: $W_{diss12} = W_{el12} + W_{W12} + \dots$

Volumenänderungsarbeit: Zustandsänderung von Zeitpunkt ① bis ②

$$W_{V12} = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV + W_{r12}$$

$$\delta W_V = -p \cdot dV + \delta W_r$$

Äußere Kolben-Nutzarbeit: (bei $p_u = \text{const}$)

$$W_{N12} = W_{V12} + p_u \cdot (V_2 - V_1)$$

$p_u \rightarrow$ barometrischer Druck in Umgebung des Kolbens

$$W_{N12} = \int_{z_1}^{z_2} F_K(z) \cdot dz$$

$F_K(z)$ - Äußere Kolbenkraft in Abhängigkeit von z
(positiv in Richtung Volumenverringern)

z - Ortskoordinate in Richtung Volumenverringern

Sonderfall: Adiabate Mischung $Q_{12} = 0$, $W_{diss12} = 0$, $W_{r12} = 0$

bei $V = \text{const}$

$$\sum U_1 = U_2$$

bei $p = \text{const}$

$$\sum H_1 = H_2$$

Energiebilanz bei offenen Systemen

$$\text{Instationäre Energiebilanz: } \dot{Q} + \dot{W}^{\text{st}} + \sum \dot{H}_{\text{zu}}^{\text{st}} - \sum \dot{H}_{\text{ab}}^{\text{st}} = \frac{dU}{dt}$$

Stationäre Energiebilanz vom Eintritt ① bis Austritt ②:

$$\dot{Q}_{12} + P_{t12}^{\text{st}} + \dot{W}_{\text{diss}12} = \sum \dot{H}_2^{\text{st}} - \sum \dot{H}_1^{\text{st}}$$

Gesamtenthalpieströme:

$$\text{Eintritt } \dot{H}_1^{\text{st}} = \dot{m}_1 \cdot \left(h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1 \right) = \dot{m}_1 \cdot h_1^{\text{st}}$$

$$\text{Austritt } \dot{H}_2^{\text{st}} = \dot{m}_2 \cdot \left(h_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot z_2 \right) = \dot{m}_2 \cdot h_2^{\text{st}}$$

Technische
Nutzleistung des
Fluidstroms:

$$P_{t12}^{\text{st}} = \dot{W}_{t12}^{\text{st}} = \dot{m} \cdot w_{t12}^{\text{st}}$$

Spezifische technische
Arbeit des Fluidstroms:

$$w_{t12}^{\text{st}} = \int_{p_1}^{p_2} v dp + w_{r12} + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1)$$

Spezifische innere
technische Arbeit:

$$w_{t12} = \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp + w_{r12}$$

Sonderfall: Ein Eintritt und ein Austritt ($\dot{m} = \dot{m}_1 = \dot{m}_2$) - stationärer Fließprozeß

$$\dot{Q}_{12} + P_{t12}^{\text{st}} + \dot{W}_{\text{diss}12} = \dot{m} \cdot \left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) \right]$$

Differentielle Form: $\delta q + \delta w_t^{\text{st}} + \delta w_{\text{diss}} = dh + c \cdot dc + g \cdot dz$

mit $\delta w_t^{\text{st}} = v \cdot dp + \delta w_r + c \cdot dc + g \cdot dz$

Sonderfall: Adiabate Mischung von Fluidströmen

$$\sum \dot{H}_1^{\text{st}} = \dot{H}_2^{\text{st}}$$

Ideale Gasgemische

Masseanteil des Gemischgases i: $\xi_i := \frac{m_i}{m^*}$ $m^* = \sum_i m_i$ $\sum_i \xi_i = 1$

Molanteil des Gemischgases i: $\psi_i := \frac{n_i}{n^*}$ $n^* = \sum_i n_i$ $\sum_i \psi_i = 1$

Umrechnungen: $\psi_i = \frac{R_i}{R^*} \cdot \xi_i$ und $\xi_i = \frac{M_i}{M^*} \cdot \psi_i$

mit $\frac{R_i}{R^*} = \frac{M^*}{M_i}$

Molare Masse des Gemisches: $M^* = \sum_i (\psi_i \cdot M_i)$ $M^* = \frac{m^*}{n^*}$

Spezifische Gaskonstante des Gemisches: $R^* = \sum_i (\xi_i \cdot R_i)$ $R^* = \frac{\bar{R}}{M^*}$

Spezifische Gaskonstante des Gemischgases i: $R_i = \frac{\bar{R}}{M_i}$

Thermische Zustandsgrößen idealer Gasgemische

Gemisch:

$$p^* \cdot v^* = R^* \cdot T$$

$$p^* \cdot V^* = m^* \cdot R^* \cdot T$$

$$p^* \cdot V^* = n^* \cdot \bar{R} \cdot T$$

Gesamtdruck:

$$p^* = \sum_i p_i$$

p_i - Partialdruck des Gemischgases i

$$\text{mit } p_i = \frac{m_i \cdot R_i \cdot T}{V^*}$$

$$p_i = \psi_i \cdot p^*$$

Raumanteil des
Gemischgases i :

$$r_i := \frac{V_i}{V^*} = \psi_i$$

V_i - Volumen des Gemischgases i

$$\text{mit } V_i = \frac{m_i \cdot R_i \cdot T}{p^*}$$

$$V_i = \psi_i \cdot V^*$$

Spez. Volumen
des Gemisches:

$$v^* = \frac{R^* \cdot T}{p^*}$$

$$v^* = \sum_i (\xi_i \cdot v_i)$$

$$\text{mit } v_i = \frac{R_i \cdot T}{p^*}$$

Dichte des Gemisches:

$$\rho^* = \frac{p^*}{R^* \cdot T}$$

$$\rho^* = \frac{1}{\sum_i \left(\xi_i \cdot \frac{1}{\rho_i} \right)}$$

$$\text{mit } \rho_i = \frac{p^*}{R_i \cdot T}$$

Energetische Zustandsgrößen idealer Gasgemische

Spezifische Wärmekapazitäten:

$$c_p^* = \sum_i (\xi_i \cdot c_{pi}) \quad \text{und} \quad c_v^* = c_p^* - R^*$$

$c_{pi} = f(T)$ ↗ Stoffwerte

Isentropenexponent:

$$\kappa^* = \frac{c_p^*}{c_p^* - R^*}$$

Spezifische Enthalpie:

$$h^* = \sum_i (\xi_i \cdot h_i)$$

$h_i = f(T)$ ↗ □ Stoffwerte

Näherung: $c_{pmi}^{ig} = \text{const}$

$$h^* = h_o^* + c_{pm}^* \cdot (T - T_o)$$

mit $h_o^* = \sum_i (\xi_i \cdot h_{oi}^{ig})$ und $c_{pm}^* = \sum_i (\xi_i \cdot c_{pmi}^{ig})$

Differenz für Zustandsänderung ① → ② bei $\xi_i = \text{const}$

$$h_2 - h_1 = \sum_i \left[\xi_i (h_{i2} - h_{i1}) \right]$$

Näherung: Mittelwerte $c_{pmi}^{ig} = \text{const}$

$$h_2 - h_1 = c_{pm}^* (T_2 - T_1)$$
$$c_{pm}^* = \sum_i (\xi_i \cdot c_{pmi}^{ig})$$

Spezifische Entropie:

$$\text{allg.: } s^* = \sum_i (\xi_i \cdot s_i) + \Delta s_{\text{irr}}^*$$

Irreversible Mischungsentropie:

$$\Delta s_{\text{irr}}^* = - \sum_i (\xi_i \cdot R_i \cdot \ln \psi_i) = -R^* \cdot \sum_i (\psi_i \cdot \ln \psi_i)$$

$$s^* = \sum_i (\xi_i \cdot s_{Ti}^{\text{ig}}) - R^* \cdot \ln \left(\frac{p^*}{p_o} \right) + \Delta s_{\text{irr}}^*$$

$s_{Ti}^{\text{ig}} = f(T)$ ↗ Stoffwerte

Näherung: $c_{pmi}^{\text{ig}} = \text{const}$

$$s^* = s_o^* + c_{pm}^* \cdot \ln \left(\frac{T}{T_o} \right) - R^* \cdot \ln \left(\frac{p^*}{p_o} \right) + \Delta s_{\text{irr}}^*$$

$$\text{mit } s_o^* = \sum_i (\xi_i \cdot s_{oi}^{\text{ig}}) \text{ und } c_{pm}^* = \sum_i (\xi_i \cdot c_{pmi}^{\text{ig}})$$

Differenz für Zustandsänderung ① → ② bei $\xi_i = \text{const}$

$$s_2 - s_1 = \sum_i \left[\xi_i \cdot \left(s_{Ti}^{\text{ig}}(T_2) - s_{Ti}^{\text{ig}}(T_1) \right) - R^* \cdot \ln \left(\frac{p_2^*}{p_1^*} \right) \right]$$

$s_{Ti}^{\text{ig}}(T_2)$, $s_{Ti}^{\text{ig}}(T_1)$ ↗ Stoffwerte

Näherung: $c_{pmi}^{\text{ig}} = \text{const}$

$$s_2 - s_1 = c_{pm}^* \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R^* \cdot \ln \left(\frac{p_2^*}{p_1^*} \right)$$

$$c_{pm}^* = \sum_i (\xi_i \cdot c_{pmi}^{\text{ig}})$$

Spezifische innere Energie:

$$u^* = h^* - R^* \cdot T$$

Spezifische Exergie:

$$e^* = (h^* - h_u^*) - T_u \cdot (s^* - s_u^*)$$